Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2022
Proba E.c)
Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z = (3+2i)(3-2i) - (4-i) = 3^2 - (2i)^2 - 4 + i = 9 + i$ Partea reala a numarului complex z este egala cu 9	**2p** **3p**
2.	$f^2(2) = f(0)f(1) \Leftrightarrow (4+a)^2 = a(2+a) \Leftrightarrow a^2 + 8a + 16 = a^2 + 2a$ $6a = -16, deci\ a = -\frac{8}{3}$	**2p** **3p**
3.	$2^{2x} - \sqrt{2} \cdot 2^x - 2 \cdot 2^x + 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow 2^x(2^x - \sqrt{2}) - 2(2^x - \sqrt{2}) = 0$ $\Leftrightarrow (2^x - 2)(2^x - \sqrt{2}) = 0$ $x = 1$ sau $x = \frac{1}{2}$	**3p** **2p**
4.	Mulţimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente , deci sunt 90 de cazuri posibile Numerele naturale de două cifre care au produsul cifrelor mai mare decat 51 sunt 69, 96, 78, 87, 79, 97, 88, 89, 98 si 99, deci sunt 10 cazuri favorabile $p = \frac{nr.\,cazuri\ favorabile}{nr.\,cazuri\ posibile} = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$	**2p** **3p**
5.	B este mijlocul segmentului $AM \Rightarrow x_B = \frac{x_A + x_M}{2}$ şi $y_B = \frac{y_A + y_M}{2}$,deci M(7,-4) M este mijlocul segmentului $BN \Rightarrow x_M = \frac{x_B + x_N}{2}$ şi $y_M = \frac{y_B + y_N}{2}$,deci N(11,-7)	**2p** **3p**
6.	2sinxcosx + 6cosx−sinx – 3 =0 $\Leftrightarrow$ 2cosx(sinx +3) − (sinx +3)= 0 $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ (sinx +3) (2cosx– 1)= 0 sinx +3 ≠ 0,deci cosx = $\frac{1}{2}$ şi, cum $x \in (0, \pi)$, obţinem x= $\frac{\pi}{3}$.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$A(2)=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(2))=\begin{vmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{vmatrix}=$ $=8+0+0-0-0-0=8$	**3p** **2p**
b)	$A(a)A(b)=\begin{pmatrix}4-2a-2b+2ab&0&2a+2b-2ab\\0&4&0\\2a+2b-2ab&0&4-2a-2b+2ab\end{pmatrix}=$ $=2\begin{pmatrix}ab-a-b+2&0&2-(ab-a-b+2)\\0&2&0\\2-(ab-a-b+2)&0&ab-a-b+2\end{pmatrix}=2A(ab-a-b+2),$ pentru orice numere reale a și b.	**3p** **2p**
c)	$A(pq-p-q+2)=2I_3\Leftrightarrow A(pq-p-q+2)=A(2)\Leftrightarrow pq-p-q=0$ Cum p și q sunt numere întregi, din $(p-1)(q-1)=1$, obținem $p=0,\ q=0$ sau $p=2, q=2$.	**2p** **3p**
2.a)	$x*1=2^{lnx\cdot ln1}=$ $=2^{lnx\cdot 0}=2^0=1, pentru\ orice\ x\in G$	**3p** **2p**
b)	Legea este comutativă $x*f=f*x\Leftrightarrow 2^{lnx\cdot lnf}=2^{lnf\cdot lnx}$ $x*f=x\Leftrightarrow 2^{lnx\cdot lnf}=x\Leftrightarrow lnx\cdot \ln f\cdot ln2=$ $lnx, pentru\ orice\ x\in G, deci\ lnf\cdot ln2=1$, de unde obținem $\ln f=\frac{1}{ln2}$, deci $f=e^{\frac{1}{ln2}}\in G$ $e^{\frac{1}{ln2}}*x=2^{\ lne^{\frac{1}{ln2}}\cdot lnx}=2^{\frac{1}{ln2}\cdot lnx}=x$,pentru orice $x\in G$, deci $f=e^{\frac{1}{ln2}}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.	**3p** **2p**
c)	$x*\frac{1}{x}=2^{lnx\cdot ln\frac{1}{x}}=2^{-ln^2x}$, pentru orice $x\in G$ $2^{-ln^2x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow ln^2x=1$, de unde obținem $lnx=-1\ sau\ lnx=1\Rightarrow x=\frac{1}{e}\ sau\ x=e$, care convin.	**2p** **3p**

SUBIECTUL III

1.a)	$f'(x) = x'\cdot\ln x + x\cdot(\ln x)' =$ $= \ln x + x\cdot\frac{1}{x} = 1+\ln x$, $x\in(0,+\infty)$.	**2p** **3p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în M(m,f(m)) este paralelă cu dreapta de ecuație y = 2x $\Leftrightarrow$ f'(m) = 2. $1+\ln m = 2 \Rightarrow m = e$, care convine.	**3p** **2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$, $f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (0, \frac{1}{e})$ => f strict descrescator pe $(0, \frac{1}{e})$ si $f'(x) > 0$, pentru orice $x \in (\frac{1}{e}, +\infty)$ => f strict crescator pe $(\frac{1}{e}, +\infty)$, deci $f(x) \geq f(\frac{1}{e})$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$. $x\ln x \geq -\frac{1}{e}$, deci $x\ln x + \frac{1}{e} \geq 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^2 f(x)e^{-x}\,dx = \int_0^2 x^3\,dx = \frac{x^4}{4}\Big/_0^2 = 4-0 = 4$	**3p** **2p**
b)	$\int_1^e \frac{1}{x^2} f(\ln x)dx = \int_1^e \frac{1}{x}\ln^3 x\,dx = \frac{\ln^4 x}{4}\Big/_1^e =$ $=\frac{\ln^4 e}{4} - \frac{\ln^4 1}{4} = \frac{1}{4}$	**3p** **2p**
c)	$F(x) = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x + c$, $c\in R$ *si, cum* $F(0) = 0 \Rightarrow$ $F(x) = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x + 6$ *deci* $\int_0^1 f(x)F(x)dx = \int_0^1 F'(x)F(x)dx =$ $\frac{1}{2}F^2(x)\Big/_0^1 = \frac{1}{2}\left(F^2(1) - F^2(0)\right) = 2(e-3)^2$	**2p** **3p**